DI Dr. techn. Klaus LEEB klaus.leeb@surfeu.at

Verbrauch Opel Astra 1.6

- Mathematische / Fachliche Inhalte in Stichworten:

  Prozessrechnung, geschlossener Prozess, OTTO-Vergleichsprozess

- Kurzzusammenfassung

  Ottomotor: Das Beispiel soll die Vorgangsweise bei der Prozessrechnung veranschaulichen. Die Daten wurden der Zeitschrift "Auto-Motor-Sport" entnommen. Anhand des Fahrschaubildes können die momentanen Leistungsdaten des Motors (Drehzahl, Leistung, Drehmoment) sowie die konstruktiven Parameter (Verdichtungsverhältnis, Bohrung, Hub, Hubraum usw.) zur Berechnung herangezogen werden.

- Didaktische Überlegungen / Zeitaufwand:

  Prozessrechnungen auf dem Gebiet der Verbrennungsmaschinen haben eher einen theoretischen Charakter. Dennoch kann man grundlegene Überlegungen und Simulationen anstellen und durchführen, die das Verständnis für die einzelnen Fachgebiete fördern. Das Einhalten der tatsächlichen thermodynamischen Größen gelingt bei dieser Berechnung nur teilweise, da viel zuviele Größen unbekannt sind, bzw. durch Messungen ermittelt werden müßten. Die Anhaltswerte für den Druck und die Temperatur aus dem Lehrbuch "Grohe: Otto- und Dieselmotoren" wurden jedoch weitgehend eingehalten.

- Lehrplanbezug (bzw. Gegenstand / Abteilung / Jahrgang):

  z.B: Verbrennungsmotoren, 5.Jahrgang, Maschineningenieurwesen

- Mathcad-Version:

  Mathcad 11

- Literaturangaben:

  H. Grohe "Otto- und Dieselmotoren", ISBN 3 - 8023 - 1559 - 6,Vogel-Fachbuch

- Anmerkungen bzw. Sonstiges:

  Diese Aufgabe wurde vom Autor als Vorbereitung für die Reifeprüfung gestellt und in den Labor- bzw. Rechenübungen mit den Schülern durchgeführt.

Verbrauch eines Opel Astra 1.6

Definition von Nicht - SI-Einheiten:

$bar := 10^5 \cdot Pa$ $kJ := 10^3 \cdot J$ $kmol := 10^3 \cdot mol$ $Liter := l$

$°C := K$ $T0 := 273.15 \cdot K$ $ms := 10^{-3} \cdot s$ $Gramm := gm$

Aus dem Datenblatt "Auto-Motor-Sport" entnommene Daten:

4 Zylindermotor $z_{Zyl} := 4$ Verbrauch: zwischen 4.4 und 7.9 Liter/100km

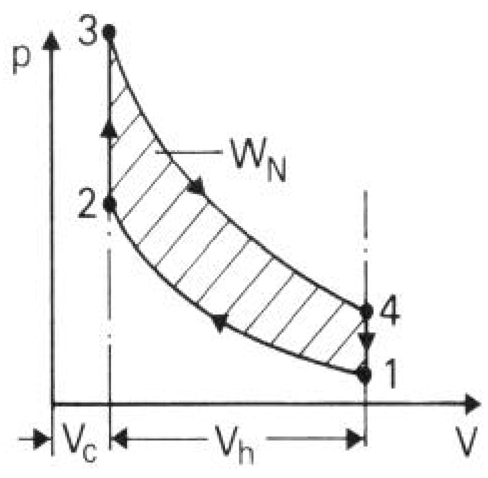
Gesamthubraum $V_H := 1598 \cdot cm^3$

Verdichtungsverhältnis $\varepsilon := 12.5$

Hubraum eines Zylinders $V_h := \frac{V_H}{z_{Zyl}}$ $V_h = 399.5\,cm^3$

Kolbendurchmesser $D_{Kolben} := 79 \cdot mm$ Hub $s_{Hub} := 81.5 \cdot mm$

Daten bei 90km/h im 5.Gang Drehzahl $n_M := 2800 \cdot \frac{1}{min}$ Leistung $P_{90} := 55 \cdot kW$



Vorgangsweise: Ottoprozess

1) 1-2: Verdichtungstakt: isentrope Verdichtung
2) 2-3: Gleichraumverbrennung
3) 3-4: Arbeitstakt: isentrope Expansion
4) 4-1: Ladungswechsel: isochore Wärmeabfuhr

Anhaltswerte aus "Grohe"

"2": p~10 bis 16 bar und t ~ 350°C bis 450°C
"3" p~40 bis 70 bar und t ~ 2500°C

Luftverhältnis $\lambda=1$ (Katalysator und Lambda-Sonde)
Annahmen: Ansaugzustand p=0.7bar t=20°C

Brennstoff - Benzin : Brennwert $H_u := 44000 \cdot \frac{kJ}{kg}$

Welche Arbeit gibt ein Zylinder pro Arbeitspiel ab?

Zeit für eine Umdrehung $\Delta t_{Spiel} := \frac{1}{n_M}$ $\Delta t_{Spiel} = 0.021\,s$ $A_{V1Zyl} := \frac{P_{90}}{z_{Zyl}} \cdot \Delta t_{Spiel}$

$A_{V1Zyl} = 294.6\,J$ (Anm: dieser Wert soll am Ende der Rechnung annähernd durch Variation der Parameter erreicht werden!)

Ansaugzustand $p_1 := 0.35 \cdot bar$ $t_1 := 20°C$ $T_1 := t_1 + T0$ $T_1 = 293.15\,K$

Stoffeigenschaften der Luft

Molare Masse $M_L := 28.96 \cdot \frac{kg}{kmol}$ Universelle Gaskonstante $R_M := 8314.41 \cdot \frac{J}{kmol \cdot K}$

Spezielle Gaskonstante $R_L := \frac{R_M}{M_L}$ $R_L = 287.1 \frac{J}{kg \cdot K}$

Isentropenexponent $\kappa := 1.4$

Spezifische Wärmekapazitäten $c_p := \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot R_L$ $c_v := \frac{R_L}{\kappa - 1}$

$c_p = 1004.8 \frac{J}{kg \cdot K}$ $c_v = 717.7 \frac{J}{kg \cdot K}$

Verdichtungsverhältnis $\varepsilon = \frac{V_h + V_c}{V_c}$ $V_c := \frac{V_h}{(\varepsilon - 1)}$

Schadraum $V_c = 34.739\,cm^3$ Das ist das verbleibende Volumen im oberen Totpunkt

Otto - Prozess

Verdichtungstakt: 1-2: isentrope Kompression

Aus dem Hubraum kann die im Zylinder befindliche Luftmasse berechnet werden.

$p_1 \cdot \frac{V_1}{m_{Luft}} = R_L \cdot T_1$ $V_1 := V_h + V_c$ $m_{Luft} := p_1 \cdot \frac{V_1}{(R_L \cdot T_1)}$

Luftmasse im Zylinder $m_{Luft} = 0.181\,Gramm$

Aus dem Schadraum kann man das spezifische Volumen im Punkt 2 berechnen. $V_2 := V_c$ $v_2 := \frac{V_2}{m_{Luft}}$

$p_1 \cdot v_1 = R_L \cdot T_1$ Zustandsgleichung für ideale Gase im Punkt "1"

$p_2 \cdot v_2 = R_L \cdot T_2$ Zustandsgleichung für ideale Gase im Punkt "2"

$p_0 \cdot v_0^{\kappa} = p_1 \cdot v_1^{\kappa}$ Zustandsänderung: "Isentropengleichung

$q_{12} + a_{v12} = u_2 - u_1 = c_v \cdot (T_2 - T_1)$ 1. Hauptsatz für geschlossene Prozesse

$a_{v12} = \int_{v_1}^{v_2} p(v)\, dv$ spezifische Volumsänderungsarbeit

Lösung des Gleichungssystems

$v_1 := \frac{R_L \cdot T_1}{p_1}$ $T_2 := T_1 \cdot \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\kappa-1}$ $p_2 := p_1 \cdot \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\kappa}$ $t_2 := T_2 - T0$

$v_2 = 0.192 \frac{m^3}{kg}$ $p_2 = 12.016\, bar$ $t_2 = 531.958\, °C$ Zustandsgrößen nach dem Verdichtungstakt

Volumsänderungsarbeit für's Verdichten

$a_{v12} := -\int_{v_1}^{v_2} p_1 \cdot \left(\frac{v_1}{v}\right)^{\kappa} dv$ $A_{v12} := a_{v12} \cdot m_{Luft}$ $a_{v12} = 367.457 \frac{kJ}{kg}$ $A_{v12} = 66.356\, J$

Kontrolle durch 1. Hs: $a_{v12\_Kontr} := c_v \cdot (T_2 - T_1)$ $a_{v12\_Kontr} = 367.457 \frac{kJ}{kg}$

2- 3: isochore Verbrennung: Gleichraum-Verbrennung

Die Verbrennung erfolgt isochor

$p_2 \cdot v_2 = R_L \cdot T_2$ Zustandsgleichung für ideale Gase im Punkt "2"

$p_3 \cdot v_3 = R_L \cdot T_3$ Zustandsgleichung für ideale Gase im Punkt "3"

$v_2 = v_3$ Zustandsänderung: isochor

$q_{12} + a_{v12} = u_2 - u_1 = c_v \cdot (T_2 - T_1)$ 1. Hauptsatz für geschlossene Prozesse

$a_{v12} = \int_{v_1}^{v_2} p(v)\, dv$ spezifische Volumsänderungsarbeit

Anmerkung: $a_{v23} = 0$ da v = konst $A_{v23} := 0 \cdot J$

Ermittlung des zugeführten Brennstoffs:

Momentanes Luftverhältnis $\lambda_{momentan} := 1.0$ Wegen des Katalysators

$L_{min} := 14.7$ $m_{Bges} := \dfrac{m_{Luft}}{\lambda_{momentan} \cdot L_{min}}$

$m_{Bges} = 1.23 \times 10^{-2}\,\mathrm{Gramm}$ Brennstoff, der während der Gleichraumverbrennung zugeführt wird.

$m_{B23} := m_{Bges}$

Zugeführte Wärme Gleichraumverbrennung $Q_{zu23} := m_{B23} \cdot H_u$ $Q_{zu23} = 0.541\,\mathrm{kJ}$

$q_{zu23} := \dfrac{Q_{zu23}}{m_{Luft}}$ $q_{zu23} = 2993.2\,\dfrac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}$

Lösung des Gleichungssystems:

$q_{23} = c_v \cdot (T_3 - T_2)$ $T_3 := \dfrac{q_{zu23}}{c_v} + T_2$ $p_3 := p_2 \cdot \dfrac{T_3}{T_2}$ $v_3 := \dfrac{R_L \cdot T_3}{p_3}$ $t_3 := T_3 - T0$

$v_3 = 0.192\,\dfrac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg}}$ $p_3 = 74.253\,\mathrm{bar}$ $t_3 = 4702\,°\mathrm{C}$ Zustandsgrößen nach der Gleichraumverbrennung

Expansionstakt: 3-4: isentrope Expansion

$p_3 \cdot v_3 = R_L \cdot T_3$ Zustandsgleichung für ideale Gase im Punkt "3"

$p_4 \cdot v_4 = R_L \cdot T_4$ Zustandsgleichung für ideale Gase im Punkt "4"

$p_3 \cdot v_3^{\kappa} = p_4 \cdot v_4^{\kappa}$ Zustandsänderung: "Isentropengleichung"

$q_{34} + a_{v34} = u_4 - u_3 = c_v \cdot (T_4 - T_3)$ 1. Hauptsatz für geschlossene Prozesse

$a_{v34} = \displaystyle\int_{v_3}^{v_4} p(v)\,dv$ spezifische Volumsänderungsarbeit

$v_4 := v_1$ Siehe p-v Diagramm

$p_4 := p_3 \cdot \left(\frac{v_3}{v_4}\right)^{\kappa}$ $T_4 := T_3 \cdot \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$ $t_4 := T_4 - T0$

$v_4 = 2.405\,\frac{m^3}{kg}$ $t_4 = 1538.4\,°C$ $p_4 = 2.163\,bar$ Zustandsgrößen nach dem Expansionstakt

$a_{v34} := -\int_{v_3}^{v_4} p_3 \cdot \left(\frac{v_3}{v}\right)^{\kappa} dv$ $a_{v34} = -2270.8\,\frac{kJ}{kg}$ $A_{v34} := a_{v34} \cdot m_{Luft}$ $A_{v34} = -0.41\,kJ$

Kontrolle $a_{v34\_Kontr} := c_v \cdot (T_4 - T_3)$ $a_{v34\_Kontr} = -2270.8\,\frac{kJ}{kg}$

4- 1: isochore Wärmeabfuhr Simulation des Ladungswechsels

$p_4 \cdot v_4 = R_L \cdot T_4$ Zustandsgleichung für ideale Gase im Punkt "4"

$p_1 \cdot v_1 = R_L \cdot T_1$ Zustandsgleichung für ideale Gase im Punkt "1"

$v_4 = v_1$ Zustandsänderung: Isochor

$q_{41} + a_{v41} = u_1 - u_4 = c_v \cdot (T_1 - T_4)$ 1. Hauptsatz für geschlossene Prozesse

$a_{v41} = \int_{v_4}^{v_1} p(v)\,dv = 0$ spezifische Volumsänderungsarbeit

$A_{v41} := 0 \cdot J$ $q_{41ab} := c_v \cdot (T_1 - T_4)$

$q_{41ab} = -1.09 \times 10^3\,\frac{kJ}{kg}$ $Q_{41ab} := q_{41ab} \cdot m_{Luft}$ $Q_{41ab} = -0.197\,kJ$

Welche Gesamtarbeit verrichtet ein Zylinder?

Summe der einzelnen Volumsänderungsarbeiten

$A_v := A_{v12} + A_{v23} + A_{v34} + A_{v41}$ $A_v := |A_v|$

$A_v = 343.7\,J$ Diese Arbeit ergibt sich aus der Berechnung des Prozesses

$A_{v1Zyl} = 294.6\,J$ Diese Arbeit wurde aus dem Datenblatt errechnet = Zielwert!

Welche Leistung von allen Zylindern in einem Arbeitsspiel abgegeben?
Es zünden bei einem 4-Zylinder Motor immer 2 Zylinder pro Umdrehung

Leistung des Motors: 4 Zylinder $P_M := \frac{A_V \cdot z_{Zyl}}{\Delta t_{Spiel}}$ $P_M = 64.159\,kW$

Dieser Wert sollte ca. dem des Datenblattes entsprechen !

Wie viele Liter Benzin pro 100 km bei 90 km/h und 5. Gang und n_M=2800Umin

$s_{ges} := 100 \cdot km$ $v_{ges} := 90 \cdot \frac{km}{h}$ $\Delta t := \frac{s_{ges}}{v_{ges}}$ $\Delta t = 66.667\,min$ Zeit für 100 km bei 90km/h

Wieviele Arbeitsspiele erfolgen für einen Zylinder $N_{Spiel} := \frac{\Delta t}{2\Delta t_{Spiel}}$ $N_{Spiel} = 9.333 \times 10^4$

$m_{Benzin} := m_{Bges} \cdot N_{Spiel}$ $m_{Benzin} = 1.147\,kg$

Gesamtverbrauch $m_{Benzin\_ges} := z_{Zyl} \cdot m_{Benzin}$ $m_{Benzin\_ges} = 4.586\,kg$

Annahme $\rho_{Benzin} := 750 \cdot \frac{kg}{m^3}$ $V_{Benzin} := \frac{m_{Benzin\_ges}}{\rho_{Benzin}}$ $V_{Benzin} = 6.115\,Liter$

Thermischer Wirkungsgrad $Q_{zu} := Q_{zu23}$

$\eta_{th} := \frac{A_V}{Q_{zu}}$ $\eta_{th} = 63.589\,\%$ $\eta_{th1} := 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}}$ $\eta_{th1} = 63.589\,\%$

Anmerkungen: Der Ansaugdruck p_1 kann hier als Parameter verändert werden.